SELECCION MULTIPLE

19) El punto Q del plano $2x + y + z = -9$, que esta mas proximo al punto $p = (1, 2, 3)$ es:

a) $(-1, 1, 2)$ b) $(2, 1, -5)$ c) (0,0,0) d) (2,1,1)

ANALISIS DE LA SOLUCION

Primero como un metodo de seguridad frente a las posibles respuestas analizamos los cuatro puntos en las opciones y verificamos que ningun punto de los que se encuentra en el ejercicio pertenece al plano, es decir al reemplazar cada uno de los puntos en la ecuacion del plano, la igualdad no se cumple (verifique). De igual forma el ejercicio tiene solucion por lo tanto el proceso es el siguiente:

1. Hacemos operaciones con la ecuacion del plano para obtener la forma $\mathrm{ax} + \mathrm{by} + \mathrm{cz} + d = 0$

2. Usamos la formula de distancia entre un punto y un plano.

3. Hallamos el vector normal al plano y reemplazamos este vector con el punto que nos da el enunciado en la ecuacion de distancia y hallamos la distancia del punto al plano.

4. Dado que tenemos las ecuaciones parametricas reemplazamos el punto $p$ y hallamos un punto que pertenezca al plano, con ello halla el valor de $t$ que nos proveen las ecuaciones parametricas.

5. Para finalizar reemplazamos el valor de $t$ en las coordenadas en funcion de t del punto mas cercano al plano, lo cual nos provee la solucion al ejercicio.

SOLUCION

Despejamos la ecuacion del plano para llegar a su forma general.

$2x + y + z = -9$

$2x + y + z + 9 + 0$

Tenemos la ecuacion de la distancia desde un punto al plano:

$d = \frac{|\mathrm{ax}_0 + \mathrm{by}_0 + \mathrm{cz}_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Hallamos el vector normal al plano.

$n = (2, 1, 1)$ que tiene esta forma: $(a, b, c)$

$p(1, 2, 3)$ que tiene la siguiente forma: $(x_0, y_0, z_0)$

Reemplazamos el vector normal y el punto $p$ que nos da el enunciado en la ecuacion de distancia:

$d = \frac{|2(1) + 1(2) + 1(3) + 9|}{\sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (1)^2}}$

solucionando tenemos que:

$d = \frac{16}{\sqrt{16}}$

Ecuaciones parametricas:

$x = x_0 + \mathrm{ta} \quad \rightarrow \quad x = 1 + t(2) \quad \rightarrow \quad x = 1 + 2t$

$y = y_0 + \mathrm{tb} \quad \rightarrow \quad y = 2 + t(1) \quad \rightarrow \quad y = 2 + t$

$z = z_0 + \mathrm{tc} \quad \rightarrow \quad z = 3 + t(1) \quad \rightarrow \quad z = 3 + t$

Hallamos un punto que pertenezca al plano en terminos de $t$

$t(1 + 2t, 2 + t, 3 + t)$

Reemplazamos en punto $t$ en la ecuacion del plano y con ello tenemos que;

$2(1+2t)+(2+t)+(3+t)+9=0$

$2+4t+2+t+3+t+9=0$

$6t+16=0$

$6t=-16$

$t=\frac{-16}{6}$

$t=\frac{-8}{3}$

Despues de tener el valor de t, reemplazamos este valor en el punto $t$ que nos provee las coordenadas del punto mas cercano a $p$.

$Q\,(1+2t,2+t,3+t)$

$Q\,(1+2(\frac{-8}{3}),2+(\frac{-8}{3}),3+(\frac{-8}{3}))$

$Q\;(\frac{-13}{3},\frac{-2}{3},\frac{1}{3})$

Ahora comprobamos si el punto Q pertenece al plano, entonces:

$2(\frac{-13}{3})+(\frac{-2}{3})+\frac{1}{3}=-9$

CONCLUSION

El punto $Q$ del plano $2x+y+z=-9$ que se encuentra mas cercano al punto $p(1,2,3)$ es:

$Q(\frac{-13}{3},\frac{-2}{3},\frac{1}{3})$.

ANEXO GRAFICA

La grafica fue hecha en el programa Derive Version 6.0

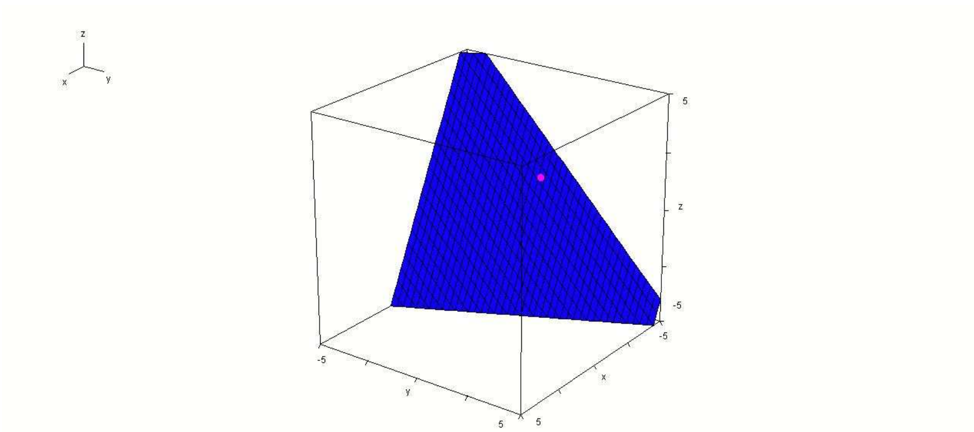


**Figura 1.**